

УДК 621.311.001.57

Исаев Андрей Станиславович
Isaev Andrey Stanislavovich

канд. техн. наук, доцент
Ph.D. in Technology, assistant professor

Ионова Людмила Геннадьевна
Ionova Lyudmila Gennadievna

Инженер
Engineer

ФГБОУ ВО НИ РХТУ им. Д.И. Менделеева
Novomoskovsk Institute of Dmitry Mendeleev University
Новомосковск, Россия
Novomoskovsk, Russia

РЕШЕНИЕ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РОТОРА СИНХРОННОЙ МАШИНЫ

SOLUTION OF THE BASIC EQUATION OF MOTION OF THE ROTOR OF A SYNCHRONOUS MACHINE

Аннотация: Статья посвящена математическому моделированию режимов синхронных машин. Модель исследования – энергосистема, инструментальное средство – Matlab. Обоснована идея отказа от традиционных методик расчета режимов (метод последовательных интервалов) в пользу непосредственного решения дифференциального уравнения, описывающего движение ротора синхронной машины. Корректные результаты построения моделей при вариации расчетных условий подтверждают адекватность метода, реализованного программно авторами.

Ключевые слова: синхронная машина, динамическая устойчивость, переходный режим, математическое моделирование, дифференциальное уравнение, электромеханический переходный процесс, Matlab, Simulink.

Annotation: The article is devoted to the mathematical modeling of the modes of synchronous machines. Research model – power system, tool – Matlab. The idea of abandoning the traditional methods of calculating the modes (the method of successive intervals) in favor of the direct solution of differential equations has been substantiated. Correct results of constructing models with varying design conditions confirm the adequacy of the method implemented in software by the authors.

Key words: synchronous machine, dynamic stability, transient mode, mathematical modeling, differential equation, electromechanical transient process, Matlab, Simulink.

Введение. Устойчивость – способность системы сохранять свое исходное состояние (режим). Для электроэнергетической системы это свойство проявляется в сохранении своих параметров как при незначительных (статическая устойчивость), так и существенных (динамическая) воздействиях. Интенсификация производственных процессов приводит к повешению актуальности оценки устойчивости, что нашло в изменении нормативных

документов [1]. В новом регламенте (предыдущий датирован 2003-м годом) конкретизированы требования по расчету устойчивости и ужесточены нормативы (в области коэффициентов запаса по напряжению).

Теория переходных процессов разработана достаточно давно, первые работы в СССР датированы 40-ми годами прошлого века [2]. Ее основные положения, доведенные до практических методов расчета и инженерных методик, изложены наиболее подробно в [3]. Электроэнергетическая система, состоящая из большого количества структурных единиц, объединенных многообразным процессом, представляет собой сложную (в кибернетическом смысле) систему. Поэтому для расчета параметров и управления ее целесообразно использовать вычислительной техники – о чем стали говорить в 60-е годы прошлого века [4].

Использование современных информационных технологий приводит к появлению качественно новых моделей и более точных методов расчета, одновременно освобождая от их трудоемкости. В частности, традиционным методом оценки динамической устойчивости является метод площадей. Но в [5] было предложено отказаться от графических методов в пользу классического расчета устойчивости (определение с помощью IBM PC корней характеристического уравнения в явном виде).

Известно, что переходный процесс любой природы описывается дифференциальными уравнениями (ДУ). При анализе электромеханических переходных процессов основное уравнение движения ротора синхронной машины имеет вид:

$$T_j \frac{d^2\delta}{dt^2} = \Delta P = P_0 - P_m \sin \delta, \quad (1)$$

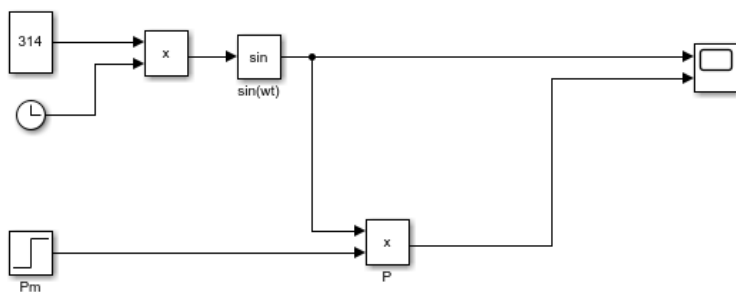
где T_j – постоянная инерции; δ – угол между векторами ЭДС и напряжения; ΔP – небаланс мощности; P_0 – мощность нагрузки (турбины); P_m – максимальное значение электромагнитной мощности.

Уравнение (1) – неоднородное ДУ второго порядка. Оно решается аналитически (как уравнение с разделяющимися переменными) лишь для одного

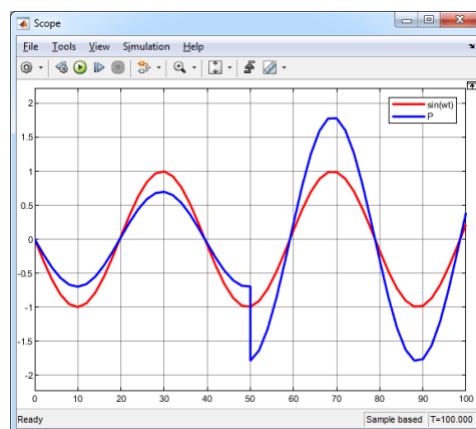
частного случая, когда передаваемая электромагнитная мощность равна нулю. Аппроксимация P_{Σ} (обычно полиномом третьей степени) дает приемлемое решение в небольшой области – окрестности начального рабочего угла δ_0 . Традиционные инженерные методики [3, 6] используют метод последовательных интервалов (численное решение ДУ). Он основан на постулировании постоянства углового ускорения в ходе каждого рассматриваемого интервала времени. Современные пакеты прикладной математики позволяют решать его численными методами.

Методы. В качестве программного средства нами принят Matlab (использован релиз R2021a) ввиду его оптимальных функциональных возможностей (прежде всего, наличия библиотек Simulink и SimPowerSystem/Simscape). Библиотека динамических объектов Simulink представляет собой основу для численного математического моделирования систем различной физической природы. Рассмотрим решение (1) с ее помощью.

Прежде всего, необходимо создать как подсистему функцию небаланса мощности ΔP (правая часть уравнения). Для этого используем блок *Step*, создающий дискретный ступенчатый сигнал (с мгновенным изменением в заданный момент времени), блок арифметических операций (произведение) *Product*, тригонометрическую функцию *Sin* и генератор текущего времени *Clock*. Результаты моделирования выводятся на электронный осциллограф *Scope* – рис.1.



а)



б)

**Рис. 1. Моделирование электромагнитной мощности;
а) модель, б) результаты моделирования**

Параметры всех блоков задаются через контекстное меню. Амплитуда электромагнитной мощность (рис.1) меняется мгновенно (соответствует переходу с характеристики коммутационного режима на характеристику послекоммутационного) в момент времени 50 с. В данном случае реализована зависимость $P=P_m\sin(\omega t)$.

Рассматриваем устойчивость простейшей системы – генераторная станция, работающая на шины неизменной мощности. Решение ДУ в этом случае имеет вид, представленный на рис.2. Модель состоит из блока задания сигнала *Step*, двух интеграторов *Integrator*, блоков арифметических операций *Sum*, *Divide*, блоков задания констант (для мощности турбины и постоянной инерции) *Constant*. Численные параметры элементов приняты согласно усредненным справочным данным [6], расчет выполнен в относительных единицах.

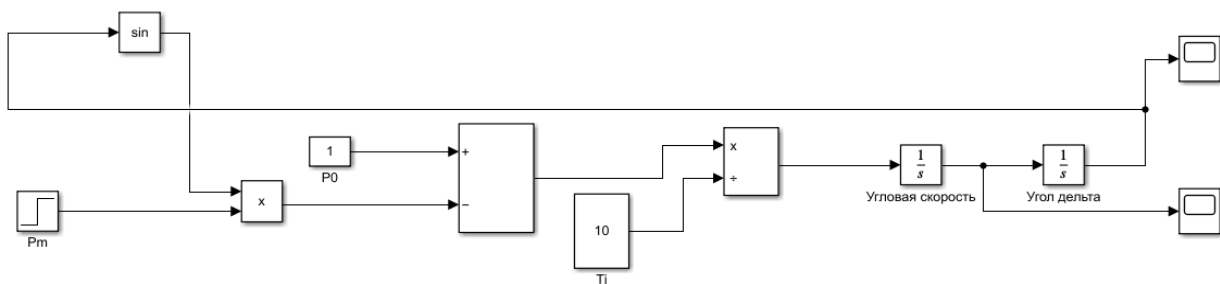
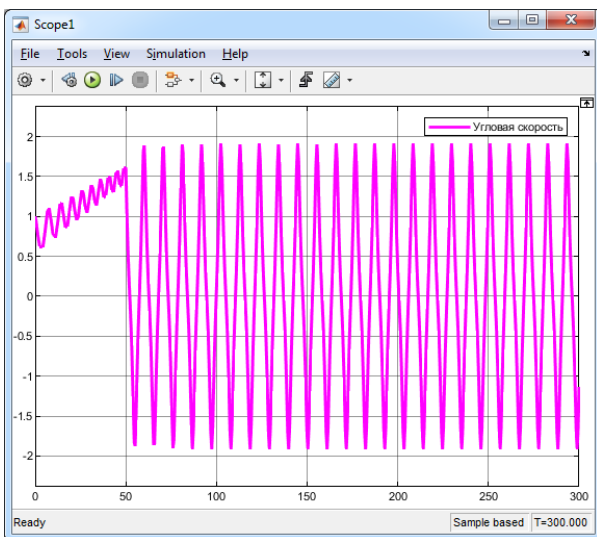
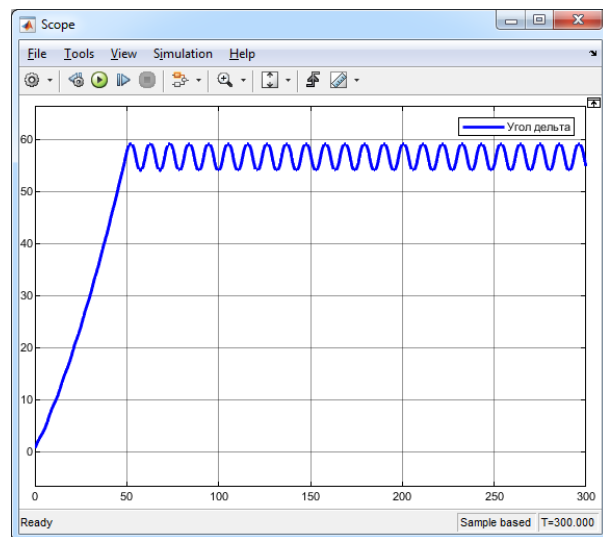


Рис. 2. Моделирование консервативной энергосистемы



а)



б)

**Рис. 3. Результаты моделирования консервативной системы;
а) угловая скорость, б) угол вылета ротора**

Результаты моделирования приведены на рис. 3. Они соответствуют устойчивому режиму (при нарушении устойчивости параметры нарастают, характеристики стремятся вверх). Нужно заметить, что ДУ в виде (1) соответствует идеализированному объекту – консервативной системе, в которой отсутствуют потери любого рода. Поэтому характеристики параметров режима имеют вид гармонических колебаний. Подобный результат может быть использован только для принципиальной оценки устойчивости перехода от одного режима к другому, качественный вид переходного процесса будет иным.

В [7] рассмотрены вопросы моделирования и анализа статической устойчивости различных систем. Представлены структурные схемы консервативных, позиционных и диссипативных моделей электропередачи. Реальная система – диссипативная. В этом случае (1) преобразуется к новому виду с учетом мощности потерь (демпфирования).

$$T_j \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d \frac{d\delta}{dt} = \Delta P, \quad (2)$$

где P_d – мощность демпфирования.

Результаты. Для реальной системы модель консервативной преобразуется введением элемента с усилителем *Gain* (рис. 4). Результаты моделирования при вариации расчетных условий приведены на рис. 5, 6.

Для реальной системы расчет выполнен дважды – при нулевом значении угла δ (рис.5) и при реальном рабочем угле, определяемом из условия $\delta = \arcsin(P_0/P_M)$ (рис.6). Установлено, что от начальных условий зависит вид переходного процесса, но не параметры нового установившегося режима. В любом случае новый режим соответствует синхронной скорости генератора и углу $\delta \approx 0,1$ рад. Это согласуется с основными теоретическими положениями электромеханических переходных процессов и подтверждается расчетами, проводимыми ранее. Определяющими для принципиальной устойчивости

являются величины мощности и время существования коммутационного режима (в машинном эксперименте принято 50 с).

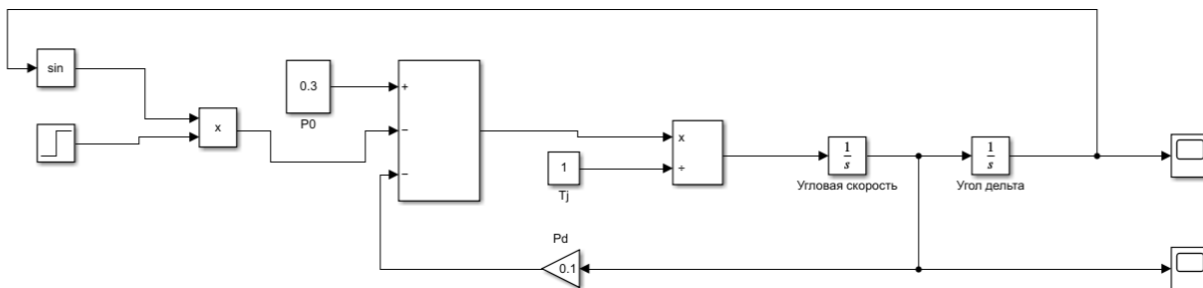
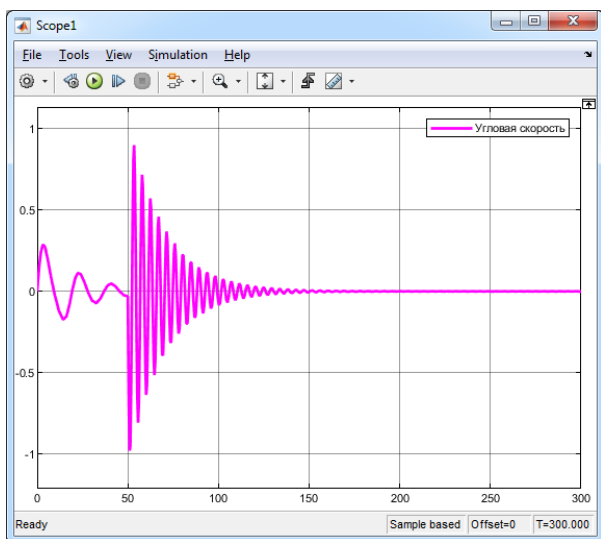
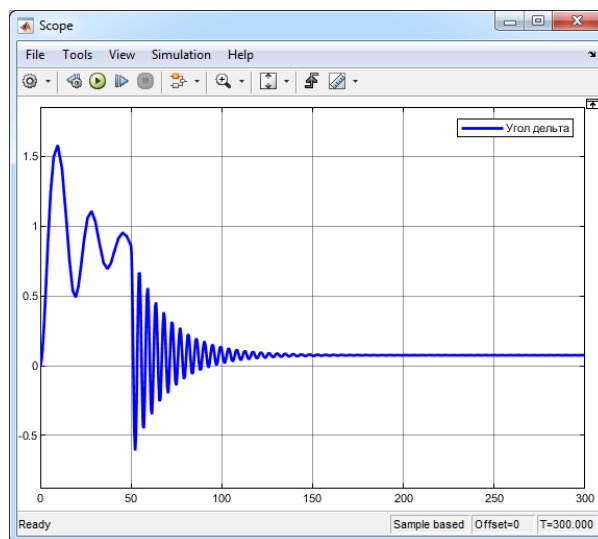


Рис. 4. Моделирование реальной (диссипативной) энергосистемы

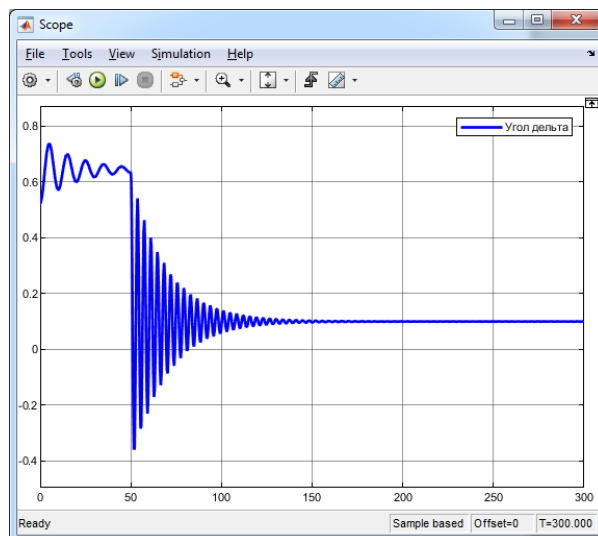
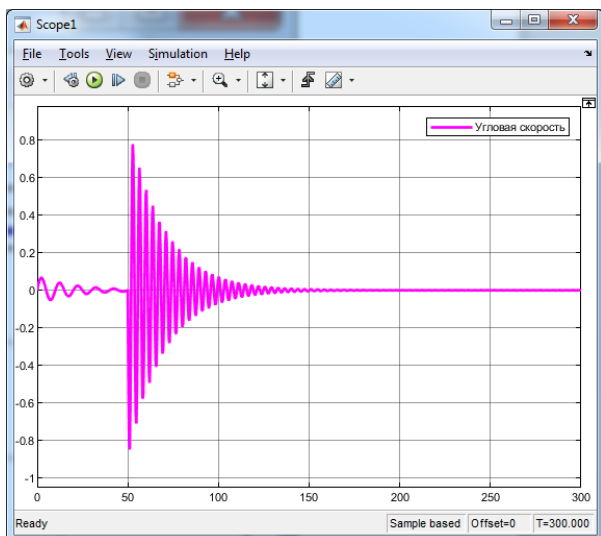


а)



б)

**Рис. 5. Результаты моделирования реальной системы (при $\delta_0=0$);
а) угловая скорость, б) угол вылета ротора**



а)

б)

**Рис. 6 – Результаты моделирования реальной системы (реальный δ_0);
а) угловая скорость, б) угол вылета ротора**

Обсуждение. Нужно заметить, что генератор сигнала рассчитан на однократное изменение амплитуды мощности в ходе переходного процесса. Это соответствует классическому положению динамической устойчивости, когда динамический процесс рассматривается состоящим из трех режимов – предшествующим, коммутационным и послекоммутационным. Если режим является более сложным (например, когда возникает двухфазное короткое замыкание, переходящее в трехфазное), необходима модификация блока модели электромагнитной мощности (рис.1).

В [6] приводятся измененные формы записи уравнения (1). Это объясняется тем, что приведенный нами вид уравнения использует расчет в относительных единицах. Если какие-либо величины приводятся в именованных (например, угол в градусах, а не радианах), то в (1) будут введены дополнительные коэффициенты. Но форму уравнения и общий ход решения они не влияют, при этом будут лишь модифицированы блоки задания констант.

В [8] ДУ решаются численно написанием скрипта (преимущественно с использованием функции *ode45*). Выбор в пользу модели Simulink сделан ввиду ее наглядности и относительной простоты формирования (в этом случае не требуется навыков программирования, изучение синтаксиса Matlab не является обязательным).

При расчете устойчивости нагрузки уравнение (1) имеет тот же вид, но его традиционно принято записывать через небаланс моментов (электромагнитного и нагрузочного), а не мощности. Это не влияет качественно на вид решения, необходимо лишь учитывать зависимость моментов (правой части ДУ) от параметров режима.

Выводы. Таким образом, можно сделать вывод о корректности расчета основного уравнения движения ротора синхронной модели с использованием Matlab Simulink. Результат более точно (ввиду учета контура демпфирования)

отражает вид переходного процесса в сравнении с традиционным расчетом методом последовательных интервалов. Дальнейшее развитие работы представляется в уточнении модели введением контура возбуждения (АРВ пропорционального и сильного действия).

Библиографический список:

1. Приказ Минэнерго России от 03.08.2018 № 630 «Об утверждении требований к обеспечению надежности электроэнергетических систем, надежности и безопасности объектов электроэнергетики и энергопринимающих установок “Методические указания по устойчивости энергосистем”». Зарегистрирован 29.08.2018 № 52023.
2. Жданов П.С. О статической устойчивости сложных электрических систем. – Труды ВЭИ. – 1940. – вып. 40.
3. Веников В.А. Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. М.Л.: Госэнергоиздат, 1962. – 384 с.
4. Цукерник Л.В., Коробчук К.В. Расчет с помощью ЦВМ предела статической устойчивости сложной энергосистемы // Докл. на II Всесоюз. науч.-техн. совещании по устойчивости и надежности энергосистем СССР. – М.: Энергия, 1969. – с. 56-62.
5. Kundur P. Power System Stability and Control. – New-York: McGraw-Hill Professional Publishing, 1994. – p. 1176.
6. Хрущев Ю.В. Методы расчета устойчивости энергосистем. Учебное пособие. – Томск: STT, 2005. – 176 с.
7. Кушнерев А.А., Алюнов А.Н. Элементы структурного анализа устойчивости энергосистем. Монография. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 92 с.
8. Королев В.И., Сахаров В.В., Шергина О.В. Компьютерное моделирование переходных процессов в электрических цепях и системах. Учебное пособие. – СПб.: СПГУВК, 2004. – 164 с.